



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
  - b) Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.
  - c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
  - d) Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan. En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
  - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
  - f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

Calcula  $a$  sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{(\ln x)^3 + 2x} = 1$  (donde  $\ln$  denota la función logaritmo neperiano).

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

Calcula los vértices y el área del rectángulo de área máxima inscrito en el recinto limitado por la gráfica de la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = -x^2 + 12$  y el eje de abscisas, y que tiene su base sobre dicho eje.

**EJERCICIO 3. (2,5 puntos)**

Calcula  $\int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x}-1} dx$ . (Sugerencia: efectúa el cambio de variable  $t = \sqrt{1+x} - 1$ .)

**EJERCICIO 4. (2,5 puntos)**

Considera las funciones  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = x^3 + 2$  y  $g(x) = -x^2 + 2x + 2$ .

- a) Calcula los puntos de corte de las gráficas de  $f$  y  $g$ . Esboza sus gráficas. **(1,25 puntos)**
- b) Determina el área del recinto limitado por las gráficas de  $f$  y  $g$  en el primer cuadrante. **(1,25 puntos)**



BLOQUE B

**EJERCICIO 5. (2,5 puntos)**

Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 2 & a & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ .

- Determina los valores de  $a$  para los que la matriz  $B$  no tiene inversa. **(0,5 puntos)**
- Para  $a = 1$  calcula  $X$  tal que  $AXB = C$ , si es posible. **(2 puntos)**

**EJERCICIO 6. (2,5 puntos)**

Se sabe que  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = -2$ .

- Calcula:  $\begin{vmatrix} a & c & b \\ 2x & 2z & 2y \\ -3p & -3r & -3q \end{vmatrix}$  **(1 punto)**
- Calcula:  $\begin{vmatrix} x & a-3p & -2a \\ y & b-3q & -2b \\ z & c-3r & -2c \end{vmatrix}$  **(1,5 puntos)**

**EJERCICIO 7. (2,5 puntos)**

Considera las rectas  $r \equiv x + 1 = y - a = -z$  y  $s \equiv \begin{cases} x = 5 + 2\lambda \\ y = -3 \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$

- Calcula  $a$  para que  $r$  y  $s$  se corten. Determina dicho punto de corte. **(1,5 puntos)**
- Halla la ecuación del plano que pasa por  $P(8, -7, 2)$  y que contiene a la recta  $s$ . **(1 punto)**

**EJERCICIO 8. (2,5 puntos)**

Sean el plano  $\pi \equiv x + y - z = 2$  y la recta  $r \equiv x = \frac{y}{3} = z - 1$ .

- Calcula, si existe, el punto de intersección de  $\pi$  y  $r$ . **(0,75 puntos)**
- Dado el punto  $Q(2, 6, 3)$ , halla su simétrico respecto del plano  $\pi$ . **(1,75 puntos)**