EXAMEN SELECTIVIDAD ANDALUCIA JUNIO 2012
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

OPCIÓN A

Ejercicio 1:

Sea el recinto limitado por las siguientes inecuaciones:

$$y + 2x \geq 2 \;;\; 2y - 3x \geq -3 \;;\; 3y - x \leq 6$$

a) Represente gráficamente dicho recinto.
b) Calcule sus vértices.
c) Obtenga el valor mínimo de la función $F(x, y) = 2x - y$ en el recinto anterior, así como dónde lo alcanza.

a) En primer lugar hallamos las tablas de valores para las rectas que determinan las tres regiones del plano definidas por las inecuaciones dadas

$y + 2x = 2$

x	0	1
y	2	0

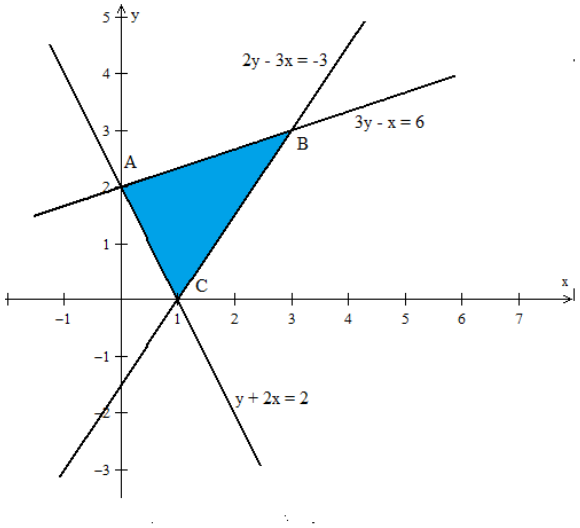
$2y - 3x = -3$

x	1	3
y	0	3

$3y - x = 6$

x	0	3
y	2	3

De donde obtenemos el recinto:



b) Calculemos las coordenadas de los vértices A, B y C señalados en la representación anterior

$A\begin{cases} y + 2x = 2 \\ 3y - x = 6 \end{cases}$ A(0,2) $\qquad B\begin{cases} 2y - 3x = -3 \\ 3y - x = 6 \end{cases}$ B(3,3) $\qquad C\begin{cases} y + 2x = 2 \\ 2y - 3x = -3 \end{cases}$ C(1,0)

Por lo tanto A(0,2), B(3,3) y C(1,0)

c) F (x, y) = 2x - y
F (A) = F (0, 2) = -2
F (B) = F(3, 3) = 3
F (C) = F(1, 0) = 2

El mínimo se alcanza en el punto A(0, 2) y vale -2

Ejercicio 2:

a) Sea la función $f(x)=\begin{cases} ax^2+3x & si\ \ x\le 2 \\ x^2-bx-4 & si\ \ x>2 \end{cases}$

Determine los valores de *a* y *b*, para que la función *f* sea derivable en $x=2$.

b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ **en el punto de abscisa** $x=0$.

a) f(x) es continua y derivable en $\mathbb{R}$ -{2} por ser composición de funciones polinómicas. Estudiemos lo que sucede en el punto x = 2

Continuidad:

$$\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-}(ax^2+3x)=4a+6=f(2)$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+}(x^2-bx-4)=4-2b-4=-2b$$

Igualando ambas expresiones $4a+6=-2b$ o lo que es lo mismo, $2a+b=-3$

Derivabilidad:

Calculemos la dunción derivada de la dada

$$f'(x)=\begin{cases} 2ax+3 & x<2 \\ 2x-b & x>2 \end{cases}$$

$$f'(2^-)=\lim_{x\to 2^-} f'(x)=\lim_{x\to 2^-}(2ax+3)=4a+3$$

$$f'(2^+)=\lim_{x\to 2^+} f'(x)=\lim_{x\to 2^+}(2x-b)=4-b$$

Igualando ambas expresiones $4a+3=4-b$ o lo que es lo mismo $4a+b=1$

Sea el sistema formado por las dos ecuaciones obtenidas anteriormente

$$\left.\begin{matrix} 2a+b=-3 \\ 4a+b=1 \end{matrix}\right\}$$ de donde $\boxed{a = 2\ \ y\ \ b = -7}$

b) La ecuación de la recta tangente viene dada por $y-g(x_0)=g'(x_0)(x-x_0)$

g(0) = -2

$$g'(x)=\frac{-3}{(x-1)^2} \quad \Rightarrow \quad g'(0) = -3$$

Sustituyendo y + 2 = -3(x - 0) $\Rightarrow$ $\boxed{y = -3x - 2}$

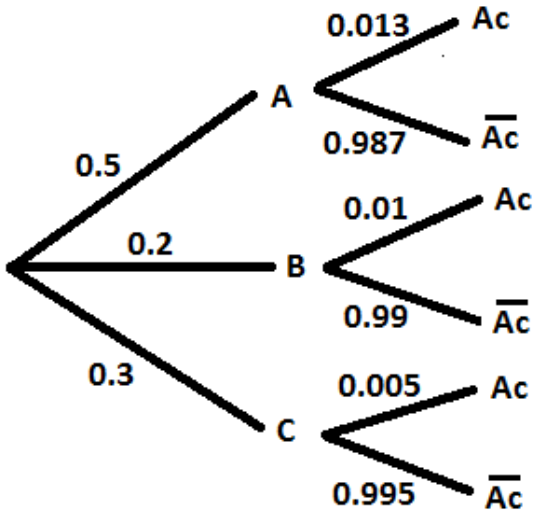
Ejercicio 3:

Una compañía de seguros ha hecho un seguimiento durante un año a 50.000 coches de la marca A, a 20.000 de la marca B y a 30.000 de la C, que tenía asegurados, obteniendo que, de ellos, habían tenido accidente 650 coches de la marca A, 200 de la B y 150 de la C. A la vista de estos datos:

a) ¿Cuál de las tres marcas de coches tiene menos proporción de accidentes?.

b) Si, elegido al azar uno de los coches observados, ha tenido un accidentes, ¿cuál es la probabilidad de que sea la marca C?.

P (Ac / A) = $\frac{650}{50.000}$ = 0.013 P (Ac / B) = $\frac{200}{20.000}$ = 0.01 P (Ac / C) = $\frac{150}{30.000}$ = 0.005



a) $P(A \cap Ac) = 0.5 \cdot 0.13 = 0.065$

$P(B \cap Ac) = 0.2 \cdot 0.01 = 0.002$

$P(C \cap Ac) = 0.3 \cdot 0.005 = 0.0015$

La marca con menos proporción de accidentes es la C

b) $P(C / Ac) = \frac{P(C \cap Ac)}{P(Ac)} = \frac{0.0015}{0.01} = 0.15$

$P(Ac) = 0.065 + 0.002 + 0.0015 = 0.01$

Ejercicio 4:

De una muestra aleatoria de 120 alumnos presentados a las Pruebas de Acceso, sólo 15 han resultado no aptos.
a) Calcule un intervalo de confianza, al 99%, para estimar la proporción de alumnos que han resultado aptos en dicha prueba.
b) Manteniendo la misma confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para estimar la proporción de alumnos aptos, cometiendo un error inferior al 5%?

a) Sea c = 0.99 el nivel de confianza, $n = 120$, $q = \frac{15}{120} = 0.125$, $p = 1 - 0.125 = 0.875$

El intervalo de confianza viene dado por

$$IC = (p - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}}, p + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}})$$

$$\frac{1+c}{2} = \frac{1.99}{2} = 0.995 \quad \Rightarrow \quad z_{\alpha/2} = 2.575$$

Sustituyendo en la fórmula anterior

$$IC = (0.875 - 2.575\sqrt{\frac{0.875 \cdot 0.125}{120}}, 0.875 + 2.575\sqrt{\frac{0.875 \cdot 0.125}{120}}) = (0.7973, 0.9527)$$

b) El error viene dado por $Er = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}}$, de donde tenemos que despejar el valor de n

$$Er = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}} \quad \Rightarrow \quad n = pq\left(\frac{z_{\alpha/2}}{Er}\right)^2 = 0.125 \cdot 0.875\left(\frac{2.575}{0.05}\right)^2 = 290.09$$

Por lo que el tamaño de la muestra debe ser $\boxed{n = 291}$